

STRING (Satuan Tulisan Riset dan Inovasi Teknologi)
Vol. 4 No. 1 Agustus 2019

p-ISSN: 2527 - 9661
e-ISSN: 2549 - 2837

IMPLEMENTASI ALGORITMA *BRANCH AND BOUND* DALAM PENENTUAN JUMLAH PRODUKSI UNTUK MEMAKSIMALKAN KEUNTUNGAN

Yusrah Nazari Firdaus¹, Nintia Litano², Agustira Hermansyah³, Ranti Nurhadiyati⁴,
Ilham Falani⁵, Elfitria Wiratmani⁶

Program Studi Teknik Industri, Universitas Indraprasta PGRI Jakarta
yusrahfirdaus@gmail.com¹, nintialitanoo@gmail.com², agustira03@gmail.com³,
rantinurhadiyati48@gmail.com⁴, ilhamfalani@gmail.com⁵, elfitriaw@gmail.com⁶

Submitted May 10, 2019; Revised July 5, 2019; Accepted July 20, 2019

Abstrak

Perencanaan produksi yang optimal bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan yang diperoleh, dengan mempertimbangkan keterbatasan sumber daya yang dimiliki. UKM Puguh Jaya merupakan usaha yang bergerak di bidang konveksi kain kasur. Terdapat beberapa jenis produk yang diproduksi di antaranya: Kain tipe 120, kain tipe 140, kain tipe 160. Perencanaan produksi di UKM ini dapat dipandang sebagai model program *integer* yang bertujuan memaksimalkan keuntungan, dengan menentukan jumlah produksi untuk masing-masing tipe serta mempertimbangkan semua keterbatasan sumber daya yang ada. Pencarian solusi untuk model ini dilakukan dengan algoritma *Branch and Bound*. Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan *software* QM for Windows, diketahui bahwa penentuan jumlah produksi dengan menggunakan algoritma *branch and bound* memberikan peningkatan keuntungan sebesar 18.7% dibandingkan dengan keuntungan UKM Puguh Jaya sebelumnya.

Kata Kunci : Optimasi, program *integer*, algoritma *Branch and Bound*

Abstract

The optimal production planning is aimed at maximizing expected profit by taking into account the limitation on available resources. UKM (Small and Medium Enterprise) Puguh Jaya engaged in mattress fabric confection business produces several types of products such as fabric type 120, fabric type 140 and fabric type 160. Production planning in the UKM can be considered an integer programming model to maximize profit by determining the number of production for each type and considering the limitation on available resources. The solution for this model is achieved by applying the Branch and Bound algorithm. Based on the calculation results using QM software for Windows, it is known that the determination of the number of production using Branch and Bound algorithm increases the profit of 18.7% compared to the one previously made by UKM Puguh Jaya.

Keywords : Optimization, integer programming, Branch and Bound algorithm

1. PENDAHULUAN

Salah satu aspek penting dalam manajemen produksi dalam usaha adalah perencanaan, tanpa adanya perencanaan produksi yang baik, maka tujuan tidak akan dapat dicapai dengan efektif dan efisien. UKM Puguh Jaya merupakan usaha yang bergerak dalam bidang konveksi kain kasur yang berlokasi di Kelapa Dua, Depok-Jawa Barat. Usaha ini tidak memiliki metode yang pasti dalam menentukan jumlah produksi yang optimal pada masing-masing tipe kain kasur. Kendala-kendala

yang terjadi dalam proses produksi di antara nya ketersediaan bahan baku kain kasur, jumlah tenaga kerja yang mempengaruhi jumlah produksi, dan fluktuasi permintaan yang beragam. Permasalahan pada UKM Puguh Jaya dapat dipandang sebagai *integer programming* dikarenakan semua variabel menghendaki hasilnya berupa bilangan bulat. Masalah *integer programming* adalah pemrograman linear dimana beberapa atau semua variabel diharuskan menjadi bilangan bulat non-negatif [10].

Meskipun tidak ada metode yang secara efektif dalam menyelesaikan *integer programming*, pengalaman komputasi menunjukkan bahwa *Branch and Bound* jauh lebih sukses daripada metode *Cutting Plane* [7]. Pada penelitian ini dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* efektif dan sederhana untuk menyelesaikan model program *integer* [1], [4], [5], [9]. Maka dari itu, algoritma *Branch and Bound* dapat digunakan dalam permasalahan UKM Jaya.

Suatu masalah optimasi, dikenal fungsi objektif atau fungsi tujuan yang merupakan fungsi pengevaluasi yang ingin dioptimalkan [2]. Program *integer* atau program bilangan bulat merupakan solusi dalam optimasi pada hal yang tidak dapat diterima secara logika apabila hasil perhitungan bernilai desimal (pecahan). Menurut [10] *Integer Programming* (Pemrograman Bilangan Bulat) adalah pemrograman linear di mana beberapa atau semua variabel diharuskan menjadi bilangan bulat non negatif. Semua variabel harus bilangan bulat disebut masalah pemrograman bilangan bulat murni (*pure integer programming*) dan *integer programming* dimana hanya beberapa variabel yang diperlukan untuk menjadi bilangan bulat disebut masalah pemrograman bilangan bulat campuran (*mixed integer programming*) [6], [10]. Secara matematis penulisan model *Integer Programming* sebagai berikut [10]:

Fungsi Tujuan: Maksimasi atau Minimasi dari:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

Fungsi kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2 \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m \end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, \text{ integer untuk setiap } x_j$$

Keterangan :

Z : Fungsi tujuan yang dimaksimumkan atau diminimumkan.

c_j : Kenaikan nilai untuk fungsi tujuan.

x_j : Variabel keputusan ke- j .

a_{ij} : Banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran aktivitas j .

b_i : Banyaknya sumber (fasilitas) i yang tersedia untuk dialokasikan kesetiap jenis aktivitas.

i : Nomer setiap macam sumber atau fasilitas yang tersedia ($i=1,2,\dots,m$).

j : Nomer setiap macam aaktivitas yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia.

n : Macam aktivitas yang menggunakan sumber atau fasilitas tersebut.

m : Macam batasan-batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.

Menurut [7] *Integer Programming* didasarkan pada eksploitasi keberhasilan komputasi linear *programming* yang luar biasa. Strategi ini melibatkan tiga langkah, yaitu:

1. Mengendurkan ruang solusi *integer programming* dengan mengganti variabel biner y dengan rentang kontinu $0 < y < 1$, dan menghapus batasan *integer* pada semua variabel *integer*. hasil relaksasi adalah linear *programming* biasa.
2. Memecahkan linear *programming* dan mengidentifikasi optimal terus menerus.
3. Mulai dari titik optimal kontinu, tambahkan kendala khusus, iteratif memodifikasi ruang solusi linear *programming* dengan cara yang pada akhirnya akan memberikan titik ekstrim optimal yang memenuhi persyaratan bilangan bulat.

Dua model umum telah dikembangkan untuk menghasilkan kendala khusus sebagaimana dimaksud dalam langkah 3. Model umum penyelesaian *Integer Programming*, sebagai berikut:

1. Model *Branch-and-Bound*.
2. Model *Cutting Plane*.

Konsep dasar yang mendasari model *branch and bound* adalah membagi dan menghilangkan. Oleh karena kasus awal yang besar terlalu sulit untuk diselesaikan secara langsung, kasus tersebut dibagi menjadi subkasus yang lebih kecil sampai subkasus ini dapat diatasi. Pembagian (*branching*) dilakukan dengan membagi keseluruhan himpunan solusi layak menjadi himpunan bagian yang lebih kecil. Penghilangan (*fathoming*) sebagian dilakukan dengan membatasi (*bounding*) seberapa baik solusi terbaik dalam himpunan bagian dan kemudian membuang himpunan bagian apabila batasnya mengindikasikan bahwa himpunan bagian tersebut tidak mungkin berisi suatu solusi optimal untuk kasus awal [3]. Sedangkan menurut [8] Algoritma *branch and bound* adalah pendekatan solusi yang membagi ruang solusi yang layak menjadi himpunan bagian solusi yang lebih kecil. Algoritma *branch and bound* dilakukan secara berulang hingga membentuk pohon pencarian (*search tree*) dan dilakukan proses pembatasan (*bounding*) dengan menentukan batasan (*bounding*) dalam mencari solusi optimal.

Alur dari langkah-langkah algoritma *branch and bound* secara umum ada lah sebagai berikut:

1. Memformulasikan kendala-kendala yang ada dalam bentuk *integer programming*.
2. Selesaikan formulasi tersebut dengan *integer programming*.
3. Jika hasil *integer programming* adalah infeasible (tidak memiliki solusi yang

layak) [7] maka formulasi *integer programming* perlu di *fathom/bounding* lalu di *branching*. Jika *feasible* maka *integer programming* sudah selesai.

4. Apabila hasil percabangan/*branching* sudah *fathom* (hasil percabangan akhir semua *infeasible* atau *feasible*) maka formulasi *integer programming* sudah selesai.
5. Pilih solusi optimal dari hasil percabangan yang sudah *integer* atau menghasilkan nilai maksimum atau minimum, dimana nilai fungsi tujuan sebagai acuan dalam pemilihannya.

2. METODE PENELITIAN

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi pustaka untuk mempelajari konsep algoritma *Branch and Bound* dan model *Integer Linear Programing*. Dari hasil studi pustaka ini dilakukan sebuah implementasi algoritma *Branch and Bound* untuk menentukan variasi produk yang optimal. Implementasi dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak *QM for Windows*. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu UKM untuk menentukan variasi produk dan mendapatkan keuntungan yang maksimal..

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam menyelesaikan permasalahan untuk memaksimalkan keuntungan produksi dibutuhkan data lengkap proses produksi kain kasur pada UKM Puguh Jaya selama satu minggu (6 hari kerja). Berikut adalah uraian kendala yang terjadi pada UKM Puguh Jaya:

Tabel 1. Data Kendala UKM Puguh Jaya

Jenis Kendala	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	Kapasitas Tersedia	Satuan
Bahan Baku	5,2	6	6,8	7,6	1000	m ²
Benang	100	100	105	105	15700	gram
Waktu	19	19	19	19	2880	menit
Tenaga Kerja	1	1	1	1	171	pekerja
Kapasitas Produksi	1	1	1	1	150	Pcs
Permintaan Tipe 120	67	0	0	0	3120	Pcs
Permintaan Tipe 140	0	100	0	0	3600	Pcs
Permintaan Tipe 160	0	0	50	0	1020	Pcs
Permintaan Tipe 180	0	0	0	50	1140	Pcs
Keuntungan per Unit	32000	36000	46000	52000		Rupiah

Sumber : UKM Puguh Jaya

Keterangan:

x₁ = Kain kasur tipe 120

x₂ = Kain kasur tipe 140

x₃ = Kain kasur tipe 160

x₄ = Kain kasur tipe 180

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 150$$

$$67x_1 \leq 3120$$

$$100x_2 \leq 3600$$

$$50x_3 \leq 1020$$

$$50x_4 \leq 1140$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in I$$

Langkah-langkah penyelesaian yaitu:

Fungsi Tujuan:

$$Z_{\text{maks}} = 32.000x_1 + 36.000x_2 + 46.000x_3 + 52.000x_4$$

Fungsi Kendala:

$$5,2x_1 + 6x_2 + 6,8x_3 + 7,6x_4 \leq 1000$$

$$100x_1 + 100x_2 + 105x_3 + 105x_4 \leq 15700$$

$$19x_1 + 19x_2 + 19x_3 + 19x_4 \leq 2880$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 171$$

Langkah selanjutnya dalam penyelesaian dari masalah di atas yaitu menggunakan *software QM for Windows* dengan *Modul tree Integer & Mixed Integer Programming* dan memasukan nilai-nilai fungsi tujuan dan fungsi kendala pada tabel sebagai berikut :

Tabel 2. Original Problem Table With Solution

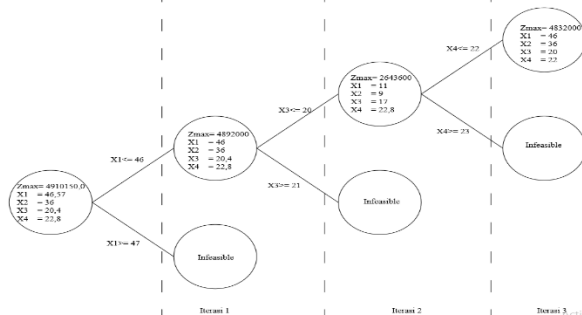
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄		RHS
Maximize	32000	36000	46000	52000		
Bahan baku	5,2	6	6,8	7,6	<=	1000
Benang	100	100	105	105	<=	15700
Waktu	19	19	19	19	<=	2880
Tenaga Kerja	1	1	1	1	<=	171
Kapasitas Produksi	1	1	1	1	<=	150
Permintaan Tipe x ₁	67	0	0	0	<=	3120
Permintaan Tipe x ₂	0	100	0	0	<=	3600
Permintaan Tipe x ₃	0	0	50	0	<=	1020
Permintaan Tipe x ₄	0	0	0	50	<=	1140
Variable type (click to set)	Integer	Integer	Integer	Integer		
Solution->	46	36	20	22	Optimal Z->	4832000

Tabel di atas merupakan hasil *input* uraian kendala di *QM for windows*, dan dari tabel

bisa terlihat bahwa tiap variabel dibatasi sebagai bilangan bulat (integer).

Tabel 3. Hasil Iterasi

Iteration	Level	Added Constraint	Solution Type	Solution Value	X1	X2	X3	X4
1	0		Optimal	4832000	46	36	20	22
2	1	$X1 \leq 46$	NONinteger	4910150	46,57	36	20,4	22,8
3	2	$X3 \leq 20$	NONinteger	4892000	46	36	20,4	22,8
4	3	$X4 \leq 22$	INTEGER	4832000	46	36	20	22
5	3	$X4 \geq 23$	Infeasible					
6	2	$X3 \geq 21$	Infeasible					
7	1	$X1 \geq 47$	Infeasible					



Gambar 1. Hasil Percabangan

Berdasarkan pengolahan data di atas didapatkan hasil produksi dan penjualan yang optimal dengan keterbatasan sumber daya yang tersedia pada proses percabangan tersebut terakhir di iterasi ke-7 dimana hasil dari iterasi tersebut memperoleh hasil yang tidak layak dan nilai kurang dari batas bawah sehingga tidak dapat dilakukan percabangan lagi.

Sehingga diperoleh percabangan yang optimal pada iterasi ke-4 dengan

penambahan kendala yakni $x_4 \leq 22$ dan diperoleh nilai:

$$\begin{aligned} x_1 &= 46 \\ x_2 &= 36 \\ x_3 &= 20 \\ x_4 &= 22 \end{aligned}$$

Lalu substitusikan hasil variabel di atas pada fungsi tujuan maka:

$$\begin{aligned} 32.000x_1 + 36.000x_2 + 46.000x_3 + 52.000x_4 &= \\ 32.000(46) + 36.000(36) + 46.000(20) + 52.000(22) &= 1.656.000 + 1.296.000 + 920.000 + 1.144.000 = \text{Rp } 4.832.000 \end{aligned}$$

Maka didapatkan keuntungan maksimal adalah Rp 4.832.000.

Dari hasil di atas, dapat juga diketahui jumlah fungsi kendala dan yang tersisa, dengan cara mensubstitusikan hasil variabel ke dalam fungsi kendala masing-masing. Maka jumlah perhitungannya adalah sebagai berikut:

Tabel 4. Hasil perhitungan fungsi kendala

Jenis Kendala	Tipe 120	Tipe 140	Tipe 160	Tipe 180	Kapasitas Tersedia	Total	Sisa
Bahan baku (m ²)	239,2	216	136	167,2	1000	758,4	241,6
Benang (gram)	4600	3600	2100	2310	15700	12610	3090
Waktu (menit)	874	684	380	418	2880	2356	524
Tenaga Kerja (orang)	46	36	20	22	171	124	47
Kapasitas Produksi (pcs)	46	36	20	22	150	124	26
Permintaan Tipe 120 (pcs)	3082	0	0	0	3120	3082	38
Permintaan Tipe 140 (pcs)	0	3600	0	0	3600	3600	0
Permintaan Tipe 160 (pcs)	0	0	1000	0	1020	1000	20
Permintaan Tipe 180 (pcs)	0	0	0	1100	1140	1100	40

Dari tabel diatas dapat diketahui bahan baku yang digunakan dalam 1 minggu adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 5,2x_1 + 6x_2 + 6,8x_3 + 7,6x_4 &\leq 1000 \\ 5,2(46) + 6(36) + 6,8(20) + 7,6(22) &\leq 1000 \\ 292,2 + 216 + 136 + 167,2 &\leq 1000 \\ 758,4 &\leq 1000 \end{aligned}$$

Jadi bahan baku yang digunakan dalam 1 minggu adalah 758,4 m² dan bahan yang tersedia selama seminggu adalah 1000 m² berarti sisa bahan baku yaitu 241,6 m². Dengan cara yang sama juga dapat dihitung sisa untuk kendala yang lain seperti dikolom bahan baku.

4. SIMPULAN

UKM Puguh Jaya memiliki 9 kendala dalam proses produksinya. Perencanaan produksi pada UKM Puguh Jaya dapat dipandang sebagai masalah *integer programming*. Penentuan jumlah produksi dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* sangat membantu UKM dalam menentukan jumlah produksi untuk tiap-tiap tipe, sehingga diperoleh keuntungan yang maksimal. Berdasarkan hasil perhitungan dengan aplikasi *QM for Windows* didapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp 4.832.000 dengan memproduksi tipe kain 120, 140, 160, 180 berturut-turut adalah 46 pcs, 36 pcs, 20 pcs dan 22 pcs. Penentuan jumlah produksi dengan algoritma *Branch and Bound* menghasilkan peningkatan keuntungan sebesar 18,7% dibandingkan keuntungan sebelumnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Akram, S. A., dan Jaya, A. I. Optimalisasi Produksi Roti dengan Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus Pada Pabrik Roti Syariah Bakery, Jl. Maleo, Lrg.VIII No. 68 Palu). *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, 13(2) : 98-107. 2016.
- [2] Falani, I. Penentuan Nilai Parameter Metode Exponential Smoothing dengan Algoritma Genetik dalam Meningkatkan Akurasi Forecasting. *Journal of Computer Engineering System and Science*, 3(1) : 14–16. 2018.
- [3] Hillier, F. S., dan Lieberman, G. J. *Operations Research*. Edisi ke-8. Terjemahan oleh Parama Kartika Dewa, dkk. Yogyakarta: ANDI. 2005.
- [4] Jiao, H. W., dkk. An Effective Branch and Bound Algorithm for Minimax Linear Fractional Programming. *Journal of Applied Mathematics*, Volume 2014 : 8. 2014.
- [5] Mehdizadeh, E., dan Jalili, S. An Algorithm Based on Theory of Constraints and Branch and Bound for Solving Integrated Product-Mix-Outsourcing Problem. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 12(1) : 167-172. 2019.
- [6] Puryani., dan Ristono, A. *Penelitian Operasional*. Yogyakarta: Graha Ilmu. 2012.
- [7] Taha, H. A. *Operations Research: An Introduction*. Edisi ke-8. United States of America: Prentice-Hall International, INC. 2007.
- [8] Taylor, B. W. *Introduction to Management Science*. Edisi ke-11. United States of America: Prentice-Hall International, INC. 2013.
- [9] Williams, H. P. The Problem with Integer Programming. *Journal of Management Mathematics*, 22(3) : 213-230. 2011.
- [10] Winston, W. L. *Operations Research: Applications and Algorithms*. Edisi Keempat. Canada: Brooks/Cole-Thomson Learning. 2004.